

# Coordinació entre etapes: AMPOLLES DE COLORS, TANCANT EL CERCLE

**Carme Aymerich i Imma Masferrer**  
Col·labora Carles Masjoan  
**GRUP ÀREA**



**BASTIM  
PONTS  
ENTRE  
ETAPES**

#20jornadaconjunta

**XX Jornada d'Ensenyament de les Matemàtiques**  
**BASTIM PONTS ENTRE ETAPES**


**Escola Politècnica Superior d'Enginyeria de Vilanova i la Geltrú**  
**4 d'octubre de 2025**

# LES AMPOLLES D'AIGUA









**BASTIM  
PONTS  
ENTRE  
ETAPES**

#20jornadaconjunta

# Què necessitem?

- 13 ampolles de 2L
- 13 ampolles de 1L
- 13 ampolles de 0'5L
- Colorant alimentari de 3 colors
- Garrafes o recipients per preparar la barreja i que en sobri per quan calgui
- Medidors de capacitat graduats
- Embuts
- Molta aigua

# Què podem treballar?

- Lògica:
  - Aparellaments
  - Classificacions
  - Ordenacions
- Mesura estandar quantificativa
- Probabilitat
- Numeració fraccionaris i decimals
- Càlcul mental estimacions i aproximacions
- Connexió amb àrea de medi i llengua.

# Com ho treballarem?

Aprofitem que el material ja ha estat presentat.

Davant cada proposta donem peu a que manipulin i observin el que tenen entre les mans

Afavorim la interacció entre iguals i recollim les intervencions el màxim que puguem

Cada cop que acaba un repte o proposta parlem sobre com ha anat i si hi ha algú que no vegi reflectida la seva proposta demanem per què ha estat i si cal donem peu a que la proposta sigui duta a terme

# I-3 EDUCACIÓ INFANTIL



## Presentació del material

- Projectem les fotografies i parlem de quina etiqueta o etiquetes els posarem.
- Donarem per bones totes les que siguin acceptades pels infants

## I-3 EDUCACIÓ INFANTIL

- Repartim les ampolles per tota l'aula o el pati
- Fem un joc per buscar-les
- Un cop les tinguem demanem als infants que les posin totes juntes.
- Proposem classificar-les “posar-les en diferents caixes” i demanem idees per fer-ho abans de començar
- Iniciem la classificació segons la que tinguin més partidaris i la fotografiem.
- Seguim amb la resta de propostes de classificació i en deixem fotografies fetes.
- Donem un full perquè representin el que han fet i transcrivim intervencions.

# I-4 EDUCACIÓ INFANTIL

- Iniciem la classificació de les ampolles de colors a partir de la que van aconseguir a I-3 demanat-los que en facin memòria.
- Posem a diferents capsos les etiquetes que hem preparat i demanem que agafin cadascú ampolles que compleixin la/les característiques indicades.
- Introduïm la idea de probabilitat a partir dels colors (possible i impossible i per quin motiu).

I- 4



Comencem amb 3 ampolles del mateix color. La majoria l'endevina!



Aquí ja tenim més dificultats... Un cop ha sortit la vermella els costa saber que només pot sortir verd!  
Però fem proves... i anem comprovant què passa!  
Donen molta importància per on ha entrat l'ampolla.



**Acabem col·locant 4 ampolles de diferents maneres!**

# I- 5 EDUCACIÓ INFANTIL

Ara ja som molt grans i sabem que si hi ha tres ampolles del mateix color... **NOMÉS** pot sortir aquell color!

Si hi ha més d'un color atribueixen la situació de l'ampolla de forma temporal, és a dir, si ha entrat primer, sortirà abans.

# 2 verdes + 1 vermella



*Quin color sortirà?*

*Votem i el resultat està a la pissarra:*

**16 Verd i 7 vermell**

# Raonaments:

- Eloi: Perquè la primera és verda
- Ivan: Sortirà una ampolla de color verd perquè hi ha dues ampolles de color verd i només una de color vermell.
- Maria: Hi ha dues ampolles de color verd i pot ser que la primera ampolla sigui verda.

*Ha sortit l'ampolla vermella*

Xavi: Està clar! Ara hi ha dues ampolles verdes!



*Quin color sortirà?  
Votem...11 verd i 12 vermell!  
No anem mal encaminats!!!*

- Mohamed: La primera ampolla que treurem serà de color vermell.
- Maria: També pot ser verda!
- Un cop ha sortit una de color vermell  
*votem un altre cop: 16 verd i 10 vermell*
- Mohamed i l'Àlex: Sortirà de color verd perquè la primera ampolla que hem posat era verda.
- Noa: Podria sortir verda perquè queda una ampolla vermella i dues verdes.

# Primer



Vam fer càlcul mental amb les ampolles amagades i després aixecàvem la capsa i podíem comprovar-ho!

# 2 verdes + 1 vermella + 1 blava



*Provem de treure una ampolla d'aigua i tornar-la a posar, vuit vegades.  
Resultat: 5 vegades verd, 1 vegada vermell i 2 vegades blau.  
Per què serà?*

# Tercer de primària



# 2 verdes + 1 vermella + 1 blava

Iñaki: Sortirà verd perquè les hem posat primer.

Marina: No estic d'acord perquè hi ha dues verdes i hi ha més possibilitats que surti verda, però “a lo millor” no.

Carlos: Blava, perquè a veure si alguna vegada a la meua vida tinc sort!!!

Anna: La vermella, perquè no l'ha dit ningú però també pot sortir.

# Percentatge:

Mestra: De quin color creus que sortirà?

Nen: Verd (molt convençut)

La mestra: N'estàs **cent per cent** segur?

Nen: No.

Nen: La meitat, un 50% que surti verda... i...

(amb l'ajuda de la recta numèrica escrita a la pissarra, dedueixen la resta)



- Treiem 8 vegades una ampolla i la tornem a posar. Resultat:
- Ara no les tornem a posar i ens adonem que:



.....i unes quantes combinacions més!





Material didàctic per treballar matemàtiques

2) A més, si ho fem amb els tres colors ens donarà tres resultats diferents. Perquè?

Aquí ho estirem a una activitat de l'estudi de l'error absolut i relatiu

Pesem l'ampolla buida i el líquid que conté de forma separada

# PROPOSTES

A 3r d'ESO:

Es fan sistemes d'equacions, per tant:

1) Pesant una ampolla plena i una ampolla a meitat, podem saber el pes de l'ampolla buida i la densitat del líquid?

Aquí ho estirem a una activitat de sistemes d'equacions lineals de dues equacions amb dues incògnites

També estem treballant el sentit de la mesura

I fins i tot la intel·ligència artificial com a provocador de la necessitat de comprensió, seqüenciació i connexió.



Sí, pesando una botella llena y otra a la mitad se puede determinar tanto el peso de la botella vacía como la densidad del líquido, asumiendo que el peso del líquido se debe principalmente a su masa (es decir, considerando el peso como una medida de masa en este contexto).

*Para lograrlo, necesitas tomar dos mediciones de peso ( $P_1$  y  $P_2$ ) y conocer el volumen total de la botella ( $V_T$ ) o la relación de volúmenes ( $V_1 = V_T$  y  $V_2 = V_T/2$ ).*

## Razonamiento Matemático

Definamos las siguientes variables:

- \*  $P_{\text{vacía}}$ : Peso de la botella vacía (lo que queremos saber).
- \*  $P_{\text{líquido}}$ : Peso total del líquido cuando la botella está llena.
- \*  $V_T$ : Volumen total del líquido en la botella llena.
- \*  $\rho$ : Densidad del líquido (lo que queremos saber).
- \*  $g$ : Aceleración debida a la gravedad (para relacionar masa y peso, aunque se cancelará si trabajamos solo con pesos y densidades).
- \*  $m$ : Masa.

El peso de una botella con un volumen  $V$  de líquido se puede expresar como:

$$P = P_{\text{vacía}} + P_{\text{líquido}}(V)$$

Donde el peso del líquido es:

$$P_{\text{líquido}}(V) = m(V) \cdot g = (\rho \cdot V) \cdot g$$

## 1. Ecuaciones de los Pesos

Tenemos dos mediciones:

\* Botella llena ( $V_1 = V_T$ ):

$$P_1 = P_{\text{vacía}} + P_{\text{líquido}}(V_T) \quad (*)$$

\* Botella a la mitad ( $V_2 = V_T/2$ ):

$$P_2 = P_{\text{vacía}} + P_{\text{líquido}}(V_T/2) \quad (**)$$

El peso del líquido a la mitad es la mitad del peso del líquido cuando está llena:

$$P_{\text{líquido}}(V_T/2) = \frac{1}{2} P_{\text{líquido}}(V_T)$$

Sustituyendo esto en la segunda ecuación (\*\*):

$$P_2 = P_{\text{vacía}} + \frac{1}{2} P_{\text{líquido}}(V_T) \quad (2)$$

Y reescribiendo la primera ecuación (\*):

$$P_1 = P_{\text{vacía}} + P_{\text{líquido}}(V_T) \quad (1)$$

## 2. Cálculo del Peso del Líquido Total ( $P_{\text{líquido}}(V_T)$ )

Restamos la ecuación (2) de la ecuación (1) para eliminar  $P_{\text{vacía}}$ :

$$P_1 - P_2 = \left( P_{\text{vacía}} + P_{\text{líquido}}(V_T) \right) - \left( P_{\text{vacía}} + \frac{1}{2} P_{\text{líquido}}(V_T) \right) \quad P_1 - P_2 = P_{\text{líquido}}(V_T) - \frac{1}{2} P_{\text{líquido}}(V_T)$$

Despejando el peso total del líquido:

$$\mathbf{P_{\text{líquido}}(V_T) = 2(P_1 - P_2)} \quad (\text{Peso del líquido lleno})$$

Este es el peso del líquido que llena la botella.

### 3. Cálculo del Peso de la Botella Vacía ( $P_{\text{vacía}}$ )

Sustituimos la expresión para  $P_{\text{líquido}}(V_T)$  de vuelta en la ecuación (1):

$$P_1 = P_{\text{vacía}} + 2(P_1 - P_2) \implies P_{\text{vacía}} = P_1 - 2(P_1 - P_2) \implies P_{\text{vacía}} = P_1 - 2P_1 + 2P_2$$

$$\mathbf{P_{\text{vacía}} = 2P_2 - P_1} \quad (\text{Peso de la botella vacía})$$

### 4. Cálculo de la Densidad del Líquido ( $\rho$ )

La densidad se define como masa por unidad de volumen ( $\rho = m/V$ ). En términos de peso ( $P = m \cdot g$ ):

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{P/g}{V} = \frac{P}{V \cdot g}$$

Usando el peso total del líquido ( $P_{\text{líquido}}(V_T)$ ) y el volumen total ( $V_T$ ):

$$\rho = \frac{P_{\text{líquido}}(V_T)}{V_T \cdot g}$$

Sustituyendo la expresión obtenida para  $P_{\text{líquido}}(V_T)$ :

$$\mathbf{\rho = \frac{2(P_1 - P_2)}{V_T \cdot g}} \quad (\text{Densidad del líquido})$$

**Conclusión:** Se necesitan las dos medidas de peso ( $P_1$  y  $P_2$ ) y el volumen total ( $V_T$ ) de la botella para calcular la densidad. El peso de la botella vacía, en cambio, solo requiere las dos medidas de peso.



**El hecho de usar líquidos de 3 colores diferentes en el mismo experimento sí podría dar resultados diferentes, pero no debido al color en sí, sino a que es altamente probable que los líquidos coloreados sean sustancias diferentes con distintas densidades.**

El Impacto de los Líquidos de Diferentes Colores

### **1. El Color no Afecta la Densidad**

En la mayoría de los casos (líquidos comunes), el color se debe a una pequeña cantidad de colorante (como colorante alimentario o tinta) disuelta en el líquido base.

\* La cantidad de colorante añadida es generalmente tan minúscula que su contribución a la masa total (y por lo tanto a la densidad  $\rho$ ) es despreciable.

\* Conclusión: Si los tres líquidos son el mismo líquido base (ej. agua), coloreado con diferentes tintes, las densidades ( $\rho_1$ ,  $\rho_2$ ,  $\rho_3$ ) y, por lo tanto, los resultados del pesaje, serían prácticamente idénticos.

## 2. Los Líquidos Coloreados Suelen Ser Diferentes Sustancias

En un experimento común con líquidos de diferentes colores, lo más probable es que se estén usando sustancias distintas que ya tienen colores variados (o que se colorean para identificarlos fácilmente).

### Por ejemplo:

Color	Líquido Típico	Densidad Aprox. ( $\text{g/cm}^3$ )
Verde	Jabón lavavajillas	$\approx 1.05$
Azul	Agua (coloreada)	$\approx 1.00$
Rojo	Alcohol (coloreado)	$\approx 0.79$

---

Verde | Jabón lavavajillas |  $\approx 1.05$  |

Azul | Agua (coloreada) |  $\approx 1.00$  |

Rojo | Alcohol (coloreado) |  $\approx 0.79$  |

**\* Si los tres líquidos son diferentes sustancias, cada una tendrá una densidad intrínseca distinta.**

\* Al realizar el experimento de pesaje:

\*  $P_1$  (botella llena) y  $P_2$  (botella a la mitad) serán diferentes para cada líquido ( $L_A$ ,  $L_B$ ,  $L_C$ ).

\* Si repites el pesaje para el líquido verde, el rojo y el azul, obtendrás tres pares de pesos ( $P_{1A}$ ,  $P_{2A}$ ), ( $P_{1B}$ ,  $P_{2B}$ ) y ( $P_{1C}$ ,  $P_{2C}$ ), que darán lugar a tres densidades diferentes ( $\rho_A$ ,  $\rho_B$ ,  $\rho_C$ ).

## **Respuesta a la Pregunta de la Densidad**

Sí, obtendrías resultados diferentes porque la técnica de pesar la botella llena y a la mitad te permite medir la densidad de cada líquido de forma independiente.

Si usas tres líquidos con densidades distintas (por ejemplo, agua, aceite y alcohol), el método revelará y cuantificará esa diferencia, independientemente de si los coloreas o no.

El color solo ayuda a distinguirlos, pero la causa de la diferencia de peso y densidad es la naturaleza química y física de cada líquido.

1) Si agafem dues ampolles de 2L a l'atzar, podem saber el pes de l'ampolla buida i la densitat del líquid?  
Sistemes d'equacions i rang d'un sistema

1.1) Quina seria la probabilitat de que agafant dues ampolles a l'atzar puguem calcular el pes de l'ampolla buida?

Aquí entra probabilitat i combinatòria. Es pot estirar tot el que es vulgui

2) Agafem 5 parells d'ampolles a l'atzar (de entre els que sí serveixen) i calculem els 5 pesos de l'ampolla buida. A partir d'aquestes dades:

2.1) Quin serà el pes real de l'ampolla?

Paràmetres centralitzats, la mitjana (no té gaire recorregut)

2.2) Entre quins pesos podem "assegurar" que estarà el pes real de l'ampolla? (amb una seguretat del 95%)

Intervals de confiança

3) Pesem totes les ampolles i anotem els pesos a un full de càlcul

3.1) Com hauríem d'organitzar les dades si després haurem de calcular el pes de l'ampolla buida per cada parell de peso que ho permetin?

3.2) Podem trobar una fórmula que a partir dels pesos i les fraccions ens doni el pes de l'ampolla buida?

3.3) Fer el mateix exercici que el 4 però amb tots els resultats. Quin serà l'interval més gran? Perquè?  
Ha valgut la pena pesar-les totes?

# Moltes gràcies!

Carme Aymerich [maymeri8@gmail.com](mailto:maymeri8@gmail.com)

Carles Masjoan [carlesmasjoand@gmail.com](mailto:carlesmasjoand@gmail.com)